বাংলাদেশ উন্নয়ন সমীক্ষা
খণ্ড ৩৪ বার্ষিক সংখ্যা ১৪২৩

বাংলাদেশের আয় প্রবৃদ্ধির টাইম সিরিজ বিশ্লেষণ

মো. আমজাদ হোসেন*
অতনু রব্বানী**

১। ভূমিকা

সামষ্টিক অর্থনৈতিক উপাত্ত ব্যবহার করে টাইম-সিরিজ পূর্বাভাস (time series forecasting) নির্ণয় নীতি নির্ধারক ও সংশ্লিষ্টদের জন্য ব্যাপক গুরুত্ববহ। অর্থনীতির সক্রিয়তা ও গতিশীলতা অনুধাবন না করে কোনো নীতির যথার্থতা যাচাই করা যায় না। তাই যেকোনো নীতির পর্যালোচনায় সামষ্টিক চলকসমূহের পূর্বাভাস নির্ণয় করা অপরিহার্য। এ ধরনের পূর্বাভাসের মাধ্যমে একদিকে যেমন বর্তমান ফলাফলের নিয়ামকসমূহ চিহ্নিত করা যায়, তেমনি অন্যদিকে ভবিষ্যতে প্রত্যাশিত ফলাফল অর্জনে সহায়ক সম্ভাবনাময় অর্থনৈতিক উপাদানসমূহ শনাক্ত করা যায় (Shigehara 1994)। প্রক্রিয়াটি ইতোমধ্যে সংঘটিত কাঠামোগত পরিবর্তন এবং এরূপ পরিবর্তনের জন্য দায়ী উপাদানগুলোর উপর সবিশেষ গুরুত্ব আরোপ করে।

সামষ্টিক অর্থনীতির কার্যকারিতা এবং জাতীয় পর্যায়ের অর্থনৈতিক উন্নয়ন পর্যালোচনায় মোট দেশজ উৎপাদনকে আদর্শ হিসেবে বিবেচনা করা হয়। এ কারণে কার্যকর নীতি প্রণয়নে যথাযথভাবে মাথাপিছু জিডিপির পূর্বাভাস নির্ণয় ও মডেলিং অত্যন্ত গুরত্বপূর্ণ (Ning *et al.* 2010)। এর মাধ্যমে সামগ্রিক ভোগ, বেকারত্ব, আমদানি ও রপ্তানি সম্বন্ধে আগাম ধারণা লাভ করা যায়, যা আবার নীতি নির্ধারকদেরকে উপযুক্ত উন্নয়ন কৌশল তৈরি ও অর্থনৈতিক নীতি গ্রহণে এবং সে অনুযায়ী সরকারি অর্থ বরাদ্দ দানে সহায়তা করে। জিডিপি সংক্রান্ত প্রাপ্ত তথ্য-উপাত্ত অতীত অর্থনৈতিক কর্মকাণ্ড সম্পর্কে সংক্ষিপ্ত ধারণা দিলেও তা যথাযথ অর্থনৈতিক উন্নয়ন কৌশল প্রণয়নে তেমন কার্যকর নয়। তাই জিডিপির প্রকৃত ও নির্ভরযোগ্য আগাম প্রাক্কলন করা প্রয়োজন, যা অত্যাধুনিক ও শক্তিশালী টাইম-সিরিজ মডেল ব্যবহার করে যতটুকু সম্ভব সঠিক ও নির্ভুলভাবে জিডিপির পূর্বাভাস নির্ণয় করা সম্ভব (Maity and Chatterjee 2012)।

জিডিপির পূর্বাভাস নির্ণয় ব্যাপক গুরুত্ববহ হলেও বিভিন্ন মডেলের মধ্যে তুলনা করার মাধ্যমে জিডিপির পূর্বাভাস ও অর্থনীতির প্রবৃদ্ধির হারের পূর্বাভাস নির্ণয়ে বাংলাদেশে খুব একটা গবেষণা হয়নি। জিডিপির পূর্বাভাস নির্ণয়ে বিন্দু প্রাক্কলন নির্ভর (point estimate) কিছু গবেষণা হলেও সেগুলো নীতি নির্ধারকদের তেমন কাজে আসে না, কেননা এসব গবেষণা ভবিষ্যৎ কর্মপন্থা প্রণয়নের ক্ষেত্রে সম্ভাব্য যেসব ঝুঁকি থাকতে পারে, তা নির্দেশ পূর্বক ভিন্নতা ও ভ্রান্তি (আস্থা-বিরতির মাধ্যমে প্রকাশিত) সম্পর্কে কোনো ধারণা দেয় না (Maity and Chatterjee 2012)। এই গবেষণায় Box and Jenkins (1976) প্রবর্তিত বহুল ব্যবহৃত ও কার্যকর ARIMA মডেল ব্যবহার করে

* প্রভাষক, অর্থনীতি বিভাগ, ঢাকা বিশ্ববিদ্যালয়।
** সহযোগী অধ্যাপক, অর্থনীতি বিভাগ, ঢাকা বিশ্ববিদ্যালয়।

বাংলাদেশের মাথাপিছু জিডিপির পূর্বাভাস নির্ণয়ের মাধ্যমে জিডিপির পূর্বাভাস সংক্রান্ত গবেষণার ক্ষেত্রে বিদ্যমান ঘাটতি দূর করার চেষ্টা করা হয়েছে।

এ প্রবন্ধটি মোট ৬টি অনুচ্ছেদে বিভক্ত। ভূমিকার পর দ্বিতীয় অনুচ্ছেদে পূর্বাভাস সংক্রান্ত প্রাসঙ্গিক সাহিত্য পর্যালোচনা (literature review) করা হয়েছে। তৃতীয় অনুচ্ছেদে গবেষণা পদ্ধতি ও চতুর্থ অনুচ্ছেদে বাংলাদেশের মাথাপিছু জিডিপি নির্ণয়ে ব্যবহৃত ইকনোমেট্রিক মডেলের (econometric model) বর্ণনা দেয়া হয়েছে। আগত দশকে দেশের দারিদ্র্য জনিত পরিস্থিতি মূল্যায়নে বাংলাদেশের মাথাপিছু জিডিপি প্রবৃদ্ধি নিয়ে আলোচনা করা হয়েছে পঞ্চম অনুচ্ছেদে। শেষত ষষ্ঠ অনুচ্ছেদে উপসংহারীয় মন্তব্য প্রদানের পাশাপাশি প্রবন্ধের কতিপয় সীমাবদ্ধতার ওপর আলোকপাত করা হয়েছে।

২। প্রাসঙ্গিক সাহিত্য পর্যালোচনা

অর্থনৈতিক তত্ত্ব ভিত্তিক মডেল বা সরল রৈখিক টাইম-সিরিজ মডেলের উপর ভিত্তি করে সাধারণত পূর্বাভাস নির্ণয় করা হয়ে থাকে (Marcellino 2007)। টাইম-সিরিজ মডেল চলকের অতীত প্রকৃতি বা আচরণের নির্ভেজাল ব্যাখ্যামূলক ক্ষমতা মূল্যায়নের পাশাপাশি অর্থনৈতিক তত্ত্বের মূল্য সংযোজন পর্যালোচনা করতে একটি আদর্শ (benchmark) স্থাপনে সহায়তা করে। টাইম-সিরিজ বিশ্লেষণের সাম্প্রতিক বিকাশ থেকে জানা যায় যে, অধিকতর উন্নত টাইম-সিরিজ মডেল অর্থনৈতিক মডেলের ক্ষেত্রে অধিকতর কার্যকর আদর্শ (yardstick) স্থাপন করতে সহায়তা করে (Marcellino 2007)। অর্থনৈতিক পূর্বাভাস নির্ণয়ে বেশ কিছু টাইম সিরিজ মডেল বিকাশ লাভ করলেও Box and Jenkins (1976) প্রবর্তিত ARIMA মডেল একটি অন্যতম বহুল স্বীকৃত পদ্ধতি।

এ পদ্ধতি একক বা যুগপৎ সমীকরণ মডেল গঠনের উপর গুরুত্ব আরোপের পরিবর্তে অর্থনীতির টাইম সিরিজের সম্ভাব্য বা অনুমানধর্মী বৈশিষ্ট্যসমূহ বিশ্লেষণের উপর গুরুত্ব আরোপ করে, যার মূল কথা হলো “letting the data speak for themselves” (Gujrati 2004)। অর্থনীতি ও ব্যবসা সংশ্লিষ্ট বিভিন্ন ক্ষেত্রের সাথে এ পদ্ধতির বহুমুখিতার সম্পর্কের জন্য পদ্ধতিটি ব্যাপক জনপ্রিয়তা লাভ করেছে। নির্ভরযোগ্য পূর্বাভাস সংক্রান্ত ফলাফল প্রদানে বিশেষ করে স্বল্পমেয়াদি পূর্বাভাস প্রদানে গতানুগতিক ইকনোমেট্রিক মডেলসমূহের তুলনায় এ মডেল অধিক সফল হয়েছে (Gujrati 2004)। তাছাড়া কিছু সমীক্ষায় দেখা গেছে, এ মডেলে নির্দিষ্ট সময় ব্যাপী সংগৃহীত চলকের বৈচিত্র্য থাকে (Box *et al.* 1994, Enders 2004, Hoff 1983, Hossain *et al.* 2006)।

সামাজিক, অর্থনৈতিক ও রাজনৈতিক পরিবর্তনজনিত কারণে ধ্রুব স্থিতিমাপিক রৈখিক মডেলের (constant parametric linear model) সাথে সামষ্টিক অর্থনৈতিক চলকসমূহের প্রতিরূপকতা স্থাপন করা (modeling) কষ্টসাধ্য। এ সংক্রান্ত প্রাসঙ্গিক গবেষণাসমূহ অনুযায়ী, এই বিশেষ প্রেক্ষাপটে রৈখিক মডেলের (linear model) তুলনায় ‘সময় পরিবর্তী’ (time varying) এবং‘অ-রৈখিক’ (non-linear) মডেল বেশি সুবিধাজনক। বিভিন্ন গবেষণায় (Marcellino 2007, Duzgan 2008) জিডিপির পূর্বাভাস নির্ণয়ে ব্যবহৃত মডেলসমূহের মধ্যে অপর্যবেক্ষণীয় উপাদান মডেল (unobserved component model) (Harvey & Todd 1983) এবং কৃত্রিম স্নায়ুবিক

নেটওয়ার্ক (artificial neural networks) (Kuan & White 1994, Maaoumi *et al.* 1994, Tkacz 2001) ও ব্যবহৃত হয়েছে।

বিদ্যমান সাহিত্যটি কাঠামোগত ভঙ্গুরতার বিস্তার ও প্রাসঙ্গিকতা বিষয়ে ঐক্যমত প্রতিষ্ঠা থেকে অনেক দূরে অবস্থান করে। তাই প্রবৃদ্ধির শর্তযুক্ত প্রত্যাশা নির্ধারণে রৈখিক মডেলের বাইরেও বিচরণ করতে হবে (Cogley and Sargent 2001, Sims 2001)। Marcellino (2007) এর পর্যবেক্ষণ অনুযায়ী, ARIMA মডেলের ন্যায় সাধারণ রৈখিক মডেলসমূহ (general linear models) অকার্যকার হওয়ার সম্ভবনা কম, কেননা এগুলো সতর্কতার সাথে নির্বাচন (specified) করা হয়েছে যাতে এসব মডেল প্রবৃদ্ধি ও মূল্যস্ফিতির তাত্ত্বিক মডেলের জন্য নির্ভরযোগ্য benchmark এর ব্যবস্থা করতে পারে। অধিকন্তু Meese ও Geweke (1984) এবং Marcellino প্রমুখ (2003) দেখিয়েছেন যে, অতীত ডাটা ব্যবহার করে সিদ্ধান্ত নেয়ার মডেল (autoregressive models) স্থিতিমাপিক ও অ-স্থিতিমাপিক (parametric and non-parametric) পূর্বাভাস নির্ণয় পদ্ধতির তুলনায় ভালো কাজ করে।

ARIMA মডেল অনুসরণ করে জিডিপির পূর্বাভাস নির্ণয়ে অনেক গবেষণা (Gujrati 2004, Yang 2009, Maity and Chatterjee 2012) হলেও বাংলাদেশের প্রেক্ষাপটে জিডিপির পূর্বাভাস নির্ণয়ে অতি নগণ্যসংখ্যক গবেষণা হয়েছে। Anam and Hossain (2012) বাংলাদেশের জিডিপিতে কৃষির অবদান নির্ণয়ে ARIMA মডেল ব্যবহার করেন এবং দেখতে পান যে, জিডিপিতে কৃষির মূল্য সংযোজন I(2) প্রক্রিয়া মেনে চলে। Box-Jenkins প্রণালী বা ARIMA মডেল ব্যবহার করে Paul (1998) বাংলাদেশে শক্তি ব্যবহারের (energy consumption) পরিমাণ নির্ধারণ করার চেষ্টা করেন। একই পদ্ধতি অনুসরণ করে Bhuiyan *et al.* (2008) বাংলাদেশের জিডিপিতে উৎপাদন শিল্পের অবদান নির্ণয়ের চেষ্টা করেন এবং এ সিদ্ধান্তে উপনীত হন যে, উৎপাদন শিল্প (manufacturing industries) I(2) প্রক্রিয়া মেনে চলে।

৩। গবেষণা পদ্ধতি

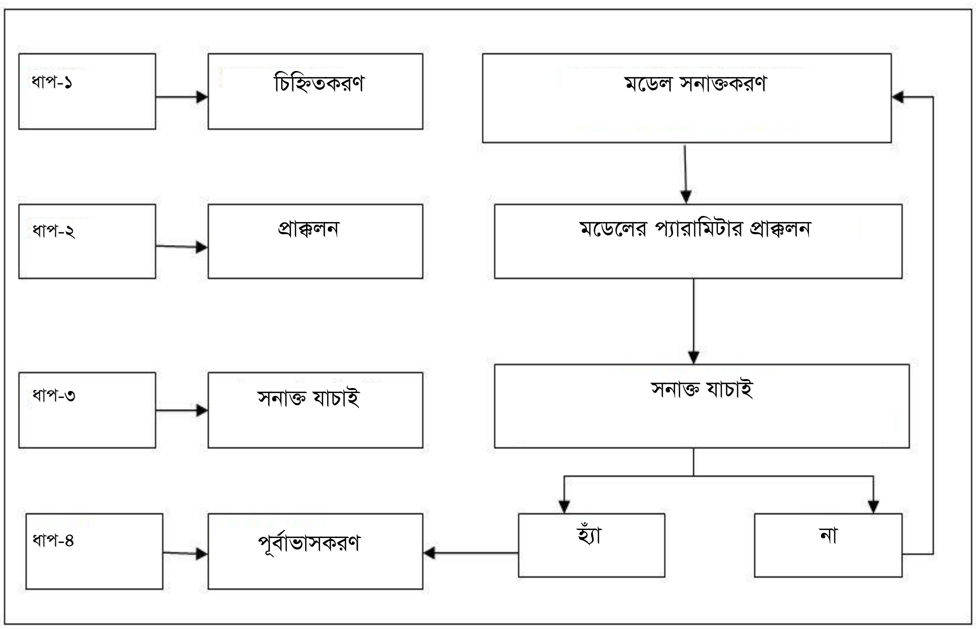
টাইম-সিরিজ বিশ্লেষণে নিশ্চল টাইম-সিরিজ বর্ণনা করতে এবং এই সিরিজে ভবিষ্যৎ মূল্য বিষয়ে পূর্বানুমানে ARIMA মডেল ব্যবহৃত হয়ে থাকে। পরিসংখ্যান ও অর্থমিতিতে (ইকোনোমেট্রিক্স) বিশেষত টাইম-সিরিজ বিশ্লেষণে autoregressive integrated moving average-ARIMA) মডেল বলতে 'স্বয়ং অধোগতিশীল গতিশীল গড়' (autoregressive moving average-ARMA) মডেলের সাধারণীকরণকে বোঝানো হয়। ARMA মডেল হলো 'স্বয়ং অধোগতিশীল মডেল' (autoregressive model) এবং 'গতিশীল গড় মডেল'(moving average model) এর সংহত বা সমন্বিত রূপ। ARMA (p, q) মডেলটি নিম্নরূপঃ

$$\text{ARMA (p, q)}: Y_t = c + \sum_{i=1}^{p} \varphi_i Y_{t-i} + \sum_{i=j}^{q} \theta_j \varepsilon_{t-j} + \varepsilon_t$$

যেখানে p হলো স্বয়ং অধোগতিশীল (autoregressive) অংশের ক্রম, q হলো গতিশীল গড় (moving average) অংশের ক্রম এবং e_t হলো হোয়াইট নয়েজ (white noise) যা সাধারণত গড়

(mean) 0 এবং ভেদাঙ্ক (variance) δ^2। যাহোক এ মডেল অনুযায়ী টাইম-সিরিজ প্রক্রিয়াটি নিশ্চল (stationary) অর্থাৎ সিরিজের গড় ও ভেদাঙ্ক (mean and variance) ধ্রুব এবং ইহার সহ-ভেদাঙ্ক (covariance) সময় পরিবর্তী (time invariant)। বাস্তবে বেশির ভাগ টাইম-সিরিজ নিশ্চল না হওয়ায় প্রভেদকরণ (differencing) বা লগ স্থানান্তরের (log transformation) মাধ্যমে টাইম সিরিজগুলোকে নিশ্চল সিরিজে রূপান্তর করতে হয়। তাই কোনো টাইম সিরিজকে নিশ্চল সিরিজে পরিণত করতে যদি d বার প্রভেদকরণ করা হয় এবং সেক্ষেত্রে যদি ARMA (p,q) মডেল প্রয়োগ করা হয়, তাহলে মূল টাইম সিরিজ মডেলটি হলো ARIMA (p,d,q) অর্থাৎ, এটা হলো autoregressive integrated average time series, যেখানে p স্বয়ং অধোগতিশীল পর্যায় (autoregressive term) এর সংখ্যা নির্দেশ করে, d দ্বারা সিরিজকে নিশ্চল সিরিজে পরিণত করার পূর্বে যতবার প্রভেদকরণ করতে হবে তার সংখ্যা বোঝানো হয় এবং q গতিশীল গড় পর্যায় (moving average term) এর সংখ্যা নির্দেশ করে। সিরিজটি পুরোপুরিভাবে AR প্রক্রিয়া না MA প্রক্রিয়া নাকি ARMA প্রক্রিয়া অথবা ARIMA প্রক্রিয়া অনুসরণ করে, তা নির্ধারণে অবশ্যই p,d এবং q এর মান জানা আবশ্যক। Box-Jenkins পদ্ধতি থেকে এ ধরনের প্রশ্নের উত্তর জানা যায়। এ পদ্ধতিটি চারটি ধাপ নিয়ে গঠিত যা নিচের রেখাচিত্রে (diagram) দেখানো হয়েছে।

চিত্র ১: Box-Jenkins প্রণালী



উৎস: Gujrati (2004) থেকে সংগৃহীত।

৩.১। সনাক্তকরণ (Identification)

ARIMA মডেলের p, d ও q এর অস্থায়ী বাছাই হল সনাক্তকরণ। আমাদের গবেষণাকর্মের প্রথম ধাপ হলো জিডিপি সিরিজের সংহতি ক্রম নির্ণয় করতে এর গতিশীল উপাদানসমূহ বিশ্লেষণ করা (কোন চলককে নিশ্চল করতে কতবার এর প্রভেদকরণ করতে হবে তা)। আর এটা একক মূলের (unit roots) উপস্থিতি যাচাই এবং/অথবা নিশ্চলতা যাচাইয়ের মাধ্যমে করা হয়েছে। নিশ্চলতার উপস্থিতি জানতে দুটি ভিন্নধর্মী অভীক্ষা ব্যবহৃত হয়েছে, যথা : Augmented Dickey Fuller (ADF) অভীক্ষা এবং Phillip-Perron (PP) অভীক্ষা। অভীক্ষা দুটি এক বার সময় প্রবণতা (time trend) ও একটি ধ্রুবক (constant) সহযোগে আরেকবার সময় প্রবণতা (time trend) ও একটি ধ্রুবক (constant) ছাড়া পরিচালিত হয়েছে। ADF বহুল ব্যবহৃত অভীক্ষা হলেও এটি অনেক সময় ভালো ফলাফল প্রদান করে না, কারণ মডেলে ব্যবহৃত lagged terms এর সাথে এটার সংবেদনশীল সম্পর্কের প্রমাণ পাওয়া যায়, যা Monte Carlo simulations এ দেখানো হয়েছে (Phillips and Perron 1988)। PP অভীক্ষা হলো একক মূলের (unit root) অকার্যকর অস্থিতিমাপিক অভীক্ষা (non-parametric tests)। এ অভীক্ষায় ভেদাঙ্কের সাথে সঙ্গতিপূর্ণ মূল্য নির্ধারক (consistent estimaters of the variance) ব্যবহৃত হয় বিধায় অনেকেই এটিকে বেশ শক্তিশালী মনে করেন। ADF ও PP একক মূল অভীক্ষা (unit root tests) অকার্যকর প্রকল্পে প্রযোজ্য, যেখানে টাইম সিরিজ y হল I(1)। অন্যদিকে নিশ্চলতা অভীক্ষা (stationarity tests) সেই অকার্যকর প্রকল্পে প্রযোজ্য যেখানে y_t হল I(0)। বহুল ব্যবহৃত নিশ্চলতা অভীক্ষাটি (stationarity tests) হল KPSS test, যা Kwiatkowski, Phillips, Schmidt and Shin (1992) এর মাধ্যমে জনপ্রিয় হয়েছে। এ অভীক্ষাটি হল অকার্যকর উপতত্ত্বের অভীক্ষা (test of the null hypothesis), যা থেকে জানা যায় যে, পর্যবেক্ষণযোগ্য ধারা হল নিশ্চল ধারা (trend stationary) অর্থাৎ লাগ্রাঞ্জ ধারাকে (সিরিজ) কেন্দ্র করে নিশ্চল ধারা গড়ে ওঠে। ধারাটি সংজ্ঞামূলক ধারা, দৈব চলন এবং নিশ্চল ভ্রান্তির যোগফল হিসেবে প্রকাশ করা হয়। আর অভীক্ষাটি হলো প্রকল্পের ল্যাগ ব্যাপ্তি বহুগুণক অভীক্ষা (multiplier test) যেখানে দৈব চলনের (random walk) ভেদাঙ্ক (variance) থাকে শূন্য। KPSS অভীক্ষার উদ্দেশ্য হলো একক মূল অভীক্ষার (unit root tests) পরিপূরণ করা-যেমনঃ Dickey-Fuller অভীক্ষার পরিপূরণ করা। একক মূল উপতত্ত্ব (unit root hypothesis) এবং নিশ্চল উপতত্ত্ব (stationary hypothesis) যাচাই করে কোন ধারা নিশ্চল, কোন ধারা একক মূল এবং ধারার ডাটা (বা অভীক্ষা) তথ্যবহুল না হওয়ায় ধারাটি নিশ্চল না সমন্বিত,তা জানা যায়।

পরবর্তী ধাপ হলো ARIMA মডেলে p ও q সনাক্তকরণ। এ উদ্দেশ্য সাধনের মূল হাতিয়ার হচ্ছে স্বয়ং সহসম্বন্ধ আপেক্ষক (autocorrelation function-ACF), আংশিক স্বয়ং সহসম্বন্ধ আপেক্ষক (partial autocorrelation function-PACF) এবং উদ্ভূতহ সম্বন্ধ ছক, যা ল্যাগ দৈর্ঘ্যের (lag length) বিপরীতে স্বয়ং সহসম্বন্ধ আপেক্ষক ও আংশিক স্বয়ং সহসম্বন্ধ আপেক্ষকের স্বাভাবিক অধিক্ষেত্র। সারণি ১-এ AR ও MA প্রক্রিয়ার স্বয়ং সহসম্বন্ধ আপেক্ষক ও আংশিক স্বয়ং সহসম্বন্ধ আপেক্ষকের তাত্ত্বিক গঠন প্রণালী দেখানো হয়েছে। দেখা যাচ্ছে যে, AR(p) ও MA(q) প্রক্রিয়ার স্বয়ং সহসম্বন্ধ আপেক্ষক ও আংশিক স্বয়ং সহসম্বন্ধ আপেক্ষকের বিপরীতধর্মী গঠন প্রণালী বা তাত্ত্বিক প্যাটার্ণ রয়েছে। AR(p) এর ক্ষেত্রে স্বয়ং সহসম্বন্ধ আপেক্ষক জ্যামিতিক হারে বা সূচকীয়ভাবে

হ্রাস পায়, কিন্তু নির্দিষ্ট সংখ্যক ল্যাগের (lags) পর আংশিক স্বয়ং সহসম্বন্ধ আপেক্ষক বিচ্ছিন্ন হয়, যেখানে MA(q) প্রক্রিয়ার ক্ষেত্রে বিপরীত ঘটনা ঘটে।

সারণি ১: স্বয়ং সহসম্বন্ধ আপেক্ষক ও আংশিক স্বয়ং সহসম্বন্ধ আপেক্ষকের তাত্ত্বিক নমুনা

মডেলের ধরণ	স্বয়ং সহসম্বন্ধ আপেক্ষকের আদর্শ নমুনা	আংশিক স্বয়ং সহসম্বন্ধ আপেক্ষকের আদর্শ নমুনা
AR (p)	সূচকীয়ভাবে ক্ষয়প্রাপ্ত হয় অথবা তরঙ্গাকারে নিম্নগামী হয় অথবা উভয়ই ঘটে। (Decays exponentially or with damped sine wave pattern or both)	lags *p* এর মাধ্যমে তাৎপর্যপূর্ণ উর্দ্ধগামী হয়। (Significant spikes through lags *p)*
MA (q)	lags *q* এর মাধ্যমে তাৎপর্যপূর্ণ উর্দ্ধগামী হয়। (Significant spikes through lags *q)*	সূচকীয়ভাবে হ্রাস পায় (Declines exponentially)
ARMA (p,q)	সূচকীয় পতন (Exponential decay)	সূচকীয় পতন (Exponential decay)

উৎসঃ Gujrati (2004)।

স্বয়ং সহসম্বন্ধ আপেক্ষক ও আংশিক স্বয়ং সহসম্বন্ধ আপেক্ষক নমুনা অবিমিশ্র AR(p) বা MA(q) মডেল সনাক্তকরণে কার্যকর উপায়ের ব্যবস্থা করে। যাহোক মিশ্র ARMA মডেলের ক্ষেত্রে এর তাত্ত্বিক স্বয়ং সহসম্বন্ধ আপেক্ষক ও আংশিক স্বয়ং সহসম্বন্ধ আপেক্ষকের অনেক অসীম অশূন্য (non zero) মান থাকে, যা স্বয়ং সহসম্বন্ধ আপেক্ষক ও আংশিক স্বয়ং সহসম্বন্ধ আপেক্ষকের নমুনা থেকে মিশ্র মডেল সনাক্তকরণ জটিল করে তোলে। ARMA বিন্যাস/ক্রম সহজে সনাক্ত করতে অনেক চিত্রলেখ টুলস (সামগ্রী) ব্যবহারের প্রস্তাব করা হয়েছে, যেমনঃ Corner method (Beguin *et al.* 1980), extended autocorrelation (EACF) method (Tsay and Tiao 1984) ইত্যাদি উল্লেখযোগ্য। ARIMA মডেল সনাক্ত করতে আমরা EACF method ব্যবহার করেছি। Chan (1999) এর তুলনামূলক প্রতিরূপী গবেষণা অনুযায়ী, এ পদ্ধতিতে মাঝারি ধরনের নমুনার ক্ষেত্রে বেশ ভালো নমুনা উপাদান (properties) রয়েছে বলে প্রতীয়মান হয়।

শেষত আমরা মডেল বাছাইয়ে তথ্যগত বৈশিষ্ট্য (information criteria) ব্যবহার করেছি। মডেল বাছাইয়ে Box and Jenkins এর সূত্র ধরে এ পর্যন্ত অনেক পদ্ধতির কথা বলা হয়েছে। অনুধ্যানকৃত মডেলের মধ্যে অন্যতম হলো আকাইকের তথ্য বৈশিষ্ট্য (Akaike's Information Criterion-AIC) পদ্ধতি। কিন্তু AIC হলো পক্ষপাতমূলক মূল্যনির্ধারক (biased estimator) এবং এ পক্ষপাত বৃহৎ স্থিতিমাপিক ডাটা অনুপাতের (large parameter per data ratios) ক্ষেত্রে দৃশ্যমান। Hurvich and Tsai (1989) দেখিয়েছেন যে, AIC এর সাথে অন্য একটি সম্ভাব্যহীনতার দণ্ড শর্ত যোগ করার মাধ্যমে উদ্ভব হলে,এই পক্ষপাত কিছুটা দূর করা যায়। এর ফলে সংশোধিত AIC পাওয়া যায়, যাকে AICc এর মাধ্যমে নির্দেশ করা হয়। ARMA বিন্যাস সনাক্তকরণের আরেকটি উপায় হলো এমন একটি মডেল বাছাই করা যা Schwarz Bayesion Information Criterion (BIC) সংকুচিত (maximize) করে।

৩.২। প্রাক্কলন (Estimation)

p ও q এর নির্ভুল মান নির্ণয়ের পরবর্তী ধাপ হলো মডেলের অন্তর্ভুক্ত স্বয়ং অধোগতিশীল (autoregressive) ও (moving average terms) স্থিতিমান নির্ণয়। এ উদ্দেশ্য সাধনে অনেক পদ্ধতি বিকাশ লাভ করেছে। এগুলোর মধ্যে পরিঘাত/মুহূর্ত পদ্ধতি (method of moments), নিম্ন বর্গীয় প্রাক্কলন (least square estimation) এবং সর্বোচ্চ সম্ভাব্য প্রাক্কলন (maximum likelihood estimation) পদ্ধতি উল্লেখযোগ্য। মুহূর্ত পদ্ধতিতে মূলত আদর্শ মুহূর্তকে অনুরূপ তাত্ত্বিক মুহুর্তের সমান করা হয় এবং অজ্ঞাত স্থিতিমাপের প্রাক্কলন জানতে উদ্ভূত সমীকরণের সমাধান করা হয় (Cryer & Chan 2008)। যদিও স্থিতিমাপের প্রাক্কলন নির্ণয়ে এ পদ্ধতিটি সবচেয়ে সহজ, তথাপি এটা সর্বাধিক কার্যকর পদ্ধতি নাও হতে পারে (Cryer & Chan 2008)।

মুহুর্ত পদ্ধতি সন্তোষজনক ফলাফল প্রদান নাও করতে পারে। তাই অন্যান্য পদ্ধতি যেমন সর্বোচ্চ সম্ভাব্য প্রাক্কলন পদ্ধতি (MLE) অবশ্যই বিবেচনা করতে হবে। নিম্ন বর্গ পদ্ধতিতে কেবল প্রথম ও দ্বিতীয় মুহুর্তের ডাটা ব্যবহার করা যায়। কিন্তু সর্বোচ্চ সম্ভাব্য প্রাক্কলন পদ্ধতিতে ডাটার সব ধরনের তথ্যই ব্যবহার করা যায়। এর আরও একটি সুবিধা হলো খুব সহজ শর্তে এ পদ্ধতিতে বৃহৎ নমুনা ফলাফল জানা যায় (Cryer & Chan 2008)। তাই এ গবেষণায় ARIMA মডেলের স্থিতিমাপ নির্ণয় করতে সর্বোচ্চ সম্ভাব্য প্রাক্কলন পদ্ধতি ব্যবহার করা হয়েছে।

৩.৩। সনাক্ত যাচাই (Diagonostic Checking)

ডাটার সাথে মডেলগুলো কতটা মানানসই, তা জানতে বিভিন্ন মডেলের প্রাক্কলন ধারাবাহিক সনাক্তকরণ প্রক্রিয়ার মাধ্যমে যাচাই করা প্রয়োজন। একই শ্রেণীভুক্ত বিকল্প ARIMA মডেল ডাটার সাথে ভিন্ন ভিন্ন মাত্রায় মানানসই হতে পারে। মডেল পরীক্ষা করা এবং সঠিক ARIMA স্থিতিমাপ নির্ণয় করার ক্ষেত্রে মডেলের প্রাক্কলিত ভেদাঙ্কের (estimated residuals) হোয়াইট নয়েজ (white noise) কিনা, তা পরীক্ষা করা একটি কার্যকর পদ্ধতি। যদি প্রাক্কলিতাংশ হোয়াইট নয়েজ হয়ে থাকে, তাহলে আমরা বলতে পারি যে, মডেলটি ডাটার সাথে মানানসই। যদি প্রাক্কলিত ভেদাঙ্ক হোয়াইট নয়েজ না হয়ে থাকে, তাহলে মডেলটি পুনরায় পরীক্ষা করতে হবে (১ নং চিত্র দেখুন)। প্রাথমিক একটি সনাক্ত যাচাই হলো সময়ের সাথে ভেদাঙ্কের অধিক্ষেত্র (plot) পরীক্ষা করা। শূন্য অনুভূমিক তলে বিস্তৃত বিশেষ কোনো প্রবণতার অনুপস্থিতিতে একটি আয়তাকার অধিক্ষেত্র থেকে জানা যায় যে,মডেলটি পর্যাপ্ত। Quantile-quantile (Q-Q) ব্যবহার করে ফলপ্রসূভাবে স্বাভাবিকতাও পরিমাপ করা যায়। বর্তমান গবেষণায় আমরা প্রাক্কলিত ভেদাঙ্কের Q-Q অধিক্ষেত্র ব্যবহার করেছি।

একটি পরীক্ষা করিয়ে নেয়া ভালো, যা স্বতন্ত্র ল্যাগ (individual lags) পর্যায়ে বাড়তি অংশের আন্তঃসম্পর্ক যাচাইয়ের পাশাপাশি দলগতভাবে তাদের বিস্তার যাচাই করে। উদাহরণস্বরূপ এমন হতে পারে যে, বেশিরভাগ বাড়তি স্বয়ং সহসম্বন্ধগুলো মাঝারি মানের, এমনকি কতকগুলো তাদের সংকট মানের কাছাকাছি, কিন্তু একসাথে বিবেচনা করলে তাদের অতি বড় মনে হয়। কোন স্বতন্ত্র স্বয়ং সহসম্বন্ধসংশ্লিষ্ট সহগের সংখ্যাতাত্ত্বিক গুরুত্ব পরীক্ষা না করে আমরা Box and Pierce প্রণীত Q স্ট্যাটিসটিক (পরিসংখ্যান) ব্যবহার করে যুগ্ম উপতত্ত্ব পরীক্ষা করতে পারি, যাতে নির্দিষ্ট ল্যাগ পর্যন্ত সব স্বয়ং সহসম্বন্ধ (pk) যুগপৎভাবে শূন্যের সমান। সমীকরণটি নিম্নরূপঃ

$$Q = n \sum_{k=1}^{m} \rho_k^2$$

এখানে n হলো নমুনার আকার এবং m হলো ল্যাগ দৈর্ঘ্য (Gujrati 2004)। টাইম সিরিজটি হোয়াইট নয়েজ কিনা তা জানতে Q পরিসংখ্যানটি ব্যবহার করা হয়। বৃহৎ নমুনায় m পর্যায়ের স্বাধীনতা সহযোগে এটাকে প্রায় chi-square বণ্টন হিসেবে দেখানো হয়। যদি হিসাবকৃত Q এর মান গৃহীত মাত্রার গুরুত্বের ক্ষেত্রে chi-square বণ্টনে সংকট Q-এর মান থেকে বেশি হয়, তাহলে অকার্যকর উপতত্ত্ব রদ করা যাবে, যেখানে সব স্বয়ং সহসম্বন্ধ (বাস্তব) (pk) শূন্য : কিন্তু তাদের কোনো কোনোটা অবশ্যই অশূন্য হবে।

Box-Pierce Q পরিসংখ্যানের একটি বিকল্প হল Liung-Box (LB) পরিসংখ্যান, যা নিম্নোক্তভাবে ব্যাখ্যা করা যায়ঃ

$$LB = n\,(n+2) \sum\nolimits_{k=1}^{m} \frac{\rho k^2}{n-k}$$

যদিও বৃহৎ নমুনাসমূহ Q ও LB পরিসংখ্যান m পর্যায়ের স্বাধীনতা সহ chi-square বণ্টন অনুসরণ করে, তথাপি Q পরিসংখ্যানের তুলনায় LB পরিসংখ্যানে উত্তম মানের (পরিসংখ্যানগত অর্থে অধিক শক্তিশালী) ছোট নমুনা উপাদান থাকে। মডেলটি উপাত্তের সাথে মানানসই কিনা তা যাচাই করে প্রায়োগিক মডেলটির যথাযর্থতা মূল্যায়ন করা প্রয়োজন। যদি মডেলটি উপাত্তের সাথে সঙ্গতিপূর্ণ না হয়, তাহলে মডেলটির সাথে সঙ্গতিপূর্ণ একটি বিকল্প মডেল খুঁজে বের করতে হবে। অনুরূপভাবে মডেলটির উপযুক্ততা যাচাই করা প্রয়োজন।

৩.৪। পূর্বাভাস (Forecast)

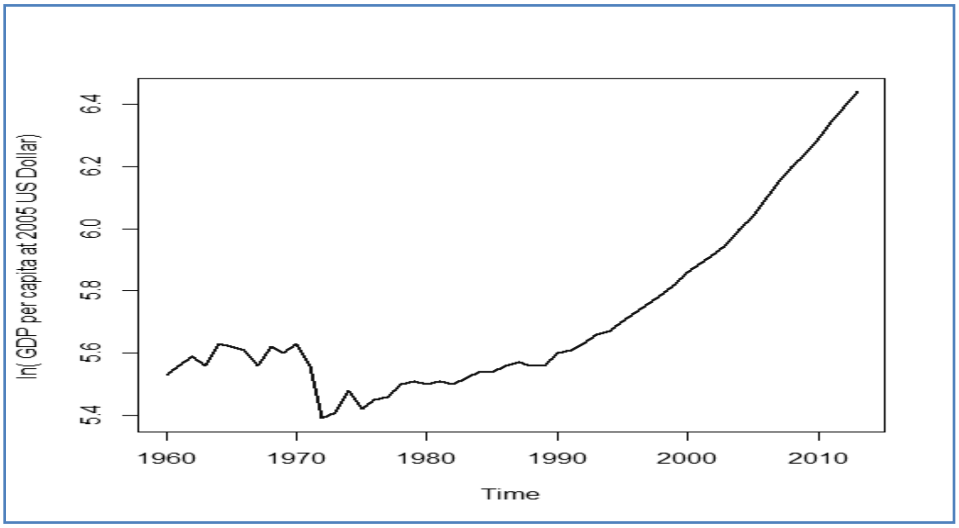
পূর্বাভাস প্রদানের ক্ষেত্রে চিহ্নিত মডেলটি ব্যবহার করা যেতে পারে যদি তা যাচাইয়ে উত্তীর্ণ হয়। পূর্বাভাস প্রদান বলতে মূলত অজ্ঞাত ভবিষ্যৎ মান নির্ণয়ের প্রক্রিয়াকে বোঝায়। এ প্রক্রিয়ায় t বছরে x_t পর্যবেক্ষণযোগ্য চলক সেটের ভিত্তিতে y_t+1 চলক নির্ণয় করা হয়। আমরা জানি যে, স্বল্পমেয়াদি পূর্বাভাসের চেয়ে দীঘমেয়াদি পূর্বাভাস বেশি নির্ভরযোগ্য; কেননা এতে নিশ্চয়তা বেশি থাকে।

৪। ফলাফল ও আলোচনা

৪.১। উপাত্ত

এ গবেষণায় ২০০৫ সালের মার্কিন ডলারের স্থির মূল্যে বাংলাদেশের বাৎসরিক মাথাপিছু জিডিপির তথ্য ব্যবহার করা হয়েছে। তথ্য নেয়া হয়েছে বিশ্বব্যাংক থেকে (World Bank 2008)। চিত্র ২-এ ১৯৬০ সাল থেকে ২০১৩ সাল পর্যন্ত বাংলাদেশের মাথাপিছু জিডিপির সারণি (log) নির্দেশ করে। বাহ্যিক দৃষ্টিকোণ থেকে প্রতীয়মান হয় যে, বিদ্যমান সিরিজটি নিশ্চল (stationary) হওয়ার সম্ভাবনা কম। অধিকন্তু প্রবৃদ্ধির ধারা যে অনিশ্চল হবে না, বিদ্যমান ধারা সে সম্পর্কে নিরপেক্ষ কোনো তথ্য দেয় না। প্রবণতাটি ১৯৮০ সালের পূর্বে বেশ অস্থিতিশীল ছিল এবং তার পর থেকে তা স্থিতিশীলতা প্রদর্শন করে আসছে।

চিত্র ২: ২০০৫ সালের মার্কিন ডলারের স্থির মূল্যে বাংলাদেশের মাথাপিছু জিডিপি লগের (log) প্রবণতা



টীকা: চিত্রে ১৯৬০ থেকে ২০১৩ সাল পর্যন্ত বাংলাদেশের মাথাপিছু জিডিপির লগ দেখানো হয়েছে। খালি চোখে ধারাটি নিশ্চল মনে হচ্ছে না। স্বাধীনতা যুদ্ধের সময়, ১৯৭১ সালে ধারাটিতে পতন লক্ষ করা যায়। এর পর থেকেই উর্ধ্বগামী প্রবণতা শুরু হয়।

৪.২। সনাক্তকরণ (Identification)

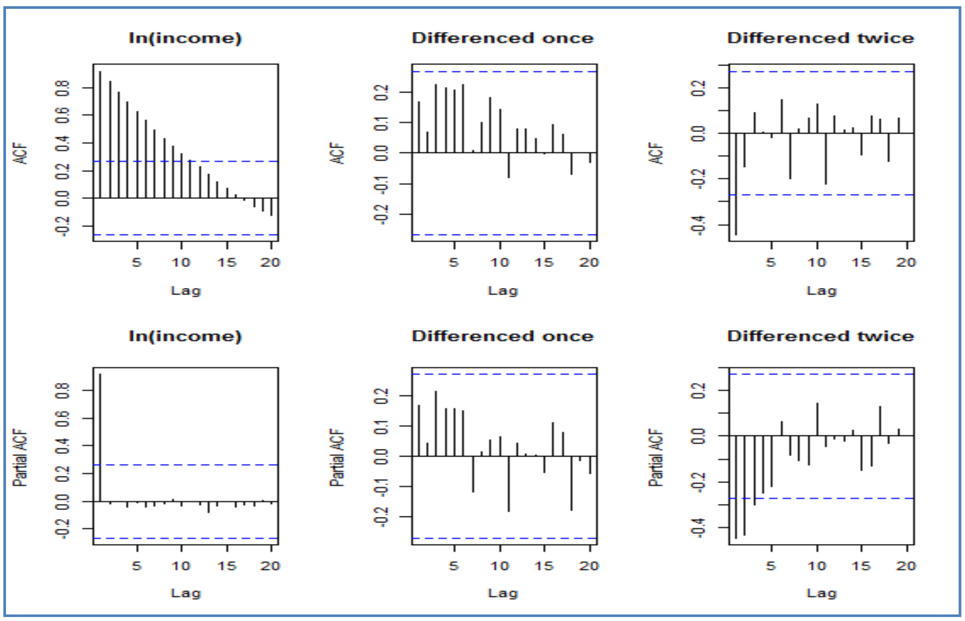
আগেই বলা হয়েছে যে, মাথাপিছু জিডিপির সিরিজটি নিশ্চল নাও হতে পারে (দেখুন চিত্র ২)। এজন্য আমরা Augmented Dickey-Fuller অভীক্ষা এবং KPSS অভীক্ষার মাধ্যমে নিশ্চলতা (stationarity) যাচাই করেছি। KPSS অভীক্ষার অকার্যকর উপতত্ত্বের মানে হলো ধারাটি (সিরিজ) নিশ্চল। কিন্তু Augmented Dickey-Fuller অভীক্ষায় অকার্যকর উপতত্ত্ব নির্দেশ করে যে ধারাটিতে একক মূল (unit root) বিদ্যমান। ADF অভীক্ষায় p এর মান ০.৯৯ এর চেয়ে বড়, যা মাথাপিছু জিডিপি পর্যায়ে একক মূলের অস্তিত্ব নির্দেশ করে। আবার KPSS অভীক্ষায় p এর মান ০.০১ এর চেয়ে কম। সুতরাং আমরা মাত্রাগত নিশ্চলতার অকার্যকর উপতত্ত্বটি আবারো নাকচ করতে পারি। অতএব ADF ও KPSS উভয় অভীক্ষা থেকেই জানা যায় যে, বাংলাদেশের মাথাপিছু জিডিপির ধারাটি নিশ্চল নয়। যেহেতু কোনো মডেল নির্বাচনের আগেই টাইম সিরিজ অভীক্ষাটি নিশ্চল হিসেবে ব্যাখ্যা করা হয়েছে বলে নিশ্চিত করতে হবে, তাই সিরিজের প্রাথমিক তারতম্য বিবেচনা করা হয়েছে। অত:পর নিশ্চলতা যাচাই করা হয়েছে। এক্ষেত্রে ADF অভীক্ষা যেখানে প্রভেদকৃত সিরিজে কোনো একক মূল নেই নির্দেশ করে সেখানে KPSS অভীক্ষায় জানা যায় যে, সিরিজটি নিশ্চল নয়। তাই ফলাফল অমীমাংসিত। কিন্তু ধারাটি দুইবার প্রভেদকরণ করার পর জানা যায় যে, ADF ও KPSS উভয় অভীক্ষায়ই নির্দেশ করে যে, দুইবার প্রভেদ করা ধারাটি নিশ্চল। প্রথম ও দ্বিতীয় প্রভেদকৃত ধারা বাইরে থেকে দেখলেও মনে হয় যে, দ্বিতীয় প্রভেদকৃত সিরিজটির ধারাটি নিশ্চল।

সারণি ২: একক মূল যাচাইয়ের (Unit Root Test) ফলাফল

প্রভেদকৃত (Differenced)	ADF Test		KPSS Test		মন্তব্য
	প্রবণতা ব্যতিত (Without trend)	প্রবণতাসহ (With Trend)	প্রবণতা ব্যতিত (Without trend)	প্রবণতাসহ (With Trend)	
0	p>0.99	p>0.99	p<0.01	p<0.01	না
1	p<0.01	p<0.01	p<0.01	p<0.01	অমিমাংসিত
2	p<0.01	p<0.01	p>0.10	p>0.10	হ্যাঁ

চিত্র ৩ জিডিপি ধারার দ্বিতীয় দফায় প্রভেদকৃত স্বয়ং সহসম্বন্ধ আপেক্ষক (autocorrelation function) এবং আংশিক স্বয়ং সহসম্বন্ধ আপেক্ষকের (Partial autocorrelation function) অধিক্ষেত্র নিয়ে গঠিত। স্বয়ং সহসম্বন্ধ আপেক্ষক lag-1 এ কার্যকারিতা হারায় এবং বলা যেতে পারে lag-1 এর পর স্বয়ং সহসম্বন্ধ আপেক্ষককে নি:শেষ মনে হয়। এটা MA(1) মডেল নির্বাচনের তাগিদ দেয়। অন্যদিকে আংশিক স্বয়ং সহসম্বন্ধ আপেক্ষকের lag-3 পর্যন্ত কার্যকারিতা থাকে এবং lag-3 এর পর এটা নি:শেষ হয়ে যায়, যা AR(3) মডেল নির্বাচনের ইঙ্গিত দেয়।

চিত্র ৩: স্বয়ং সহসম্বন্ধ আপেক্ষক ও আংশিক স্বয়ং সহসম্বন্ধ আপেক্ষক



টীকা: প্রথম সারির চিত্রগুলো (বাম থেকে ডানে) যথাক্রমে লগারিদম আকারে আয়ের স্বয়ং সহসম্বন্ধ আপেক্ষক (ACF), আয়ের lag-এর প্রাথমিক পার্থক্য এবং আয়ের lag-এর দ্বিতীয় পার্থক্য নির্দেশ করে। দ্বিতীয় সারির চিত্রগুলো (বাম থেকে ডানে) যথাক্রমে লগারিদম আকারে আয়ের আংশিক স্বয়ং সহসম্বন্ধ আপেক্ষক (PACF), আয়ের lag-এর প্রথম পার্থক্য এবং আয়ের lag-এর দ্বিতীয় পার্থক্য নির্দেশ করে।

উৎস: পর্যবেক্ষণকৃত উপাত্ত থেকে গবেষকদ্বয়ের হিসাব।

যাহোক, আগেই বলা হয়েছে, স্বয়ং সহসম্বন্ধ আপেক্ষক এবং আংশিক স্বয়ং সহসম্বন্ধ আপেক্ষক নমুনা নির্ভেজাল AR(p) বা MA(q) মডেল সনাক্ত করতে কার্যকর উপায় বাতলে দেয়। কিন্তু মিশ্র ARMA মডেলের ক্ষেত্রে এর তাত্ত্বিক স্বয়ং সহসম্বন্ধ আপেক্ষক ও আংশিক স্বয়ং সহসম্বন্ধ আপেক্ষকে অনেক অশূন্য মান (nonzero value) থাকে যা স্বয়ং সহসম্বন্ধ আপেক্ষক ও আংশিক স্বয়ং সহসম্বন্ধ আপেক্ষক নমুনা থেকে মিশ্র মডেল সনাক্ত করা জটিল করে তোলে। তাই আমরা বিস্তৃত স্বয়ং সহসম্বন্ধ আপেক্ষক (EACF) ব্যবহার করেছি (দেখুন অনুচ্ছেদ ৩.১)। সারণিটিতে জিডিপির দ্বিতীয় প্রভেদকৃত লগের ধরনের নমুনা বিস্তৃত স্বয়ং সহসম্বন্ধ আপেক্ষক দেখানো হয়েছে। এ ধরনের সারণিতে MA(p,q) প্রক্রিয়ায় শূন্য গঠিত ত্রিভুজের তাত্ত্বিক গঠনশৈলী থাকে যেখানে শেষ বিন্দুর বাম বাহু ARMA বিন্যাস সংলগ্ন হয়। বিস্তৃত স্বয়ং সহসম্বন্ধ আপেক্ষক সারণি ARMA (0,1) মডেলের ছকবদ্ধ রূপ (schematic pattern) নির্দেশ করে। ত্রিভুজের উপরের বাম বাহুর শীর্ষ বিন্দু 0 প্রতীক দ্বারা নির্দিষ্ট করা হয়েছে এবং রেখাটি p=0 সারি এবং q=1 কলামে অবস্থিত, যা ARMA (0,1) মডেলের ইঙ্গিতবাহী। যেহেতু দুইবার প্রভেদকরণ করার পর মাথাপিছু জিডিপি ধারাটির লগ নির্ণয় করা যায়, সেহেতু পূর্বাভাসের ক্ষেত্রে ARIMA (0, 2, 1) মডেল ব্যবহার করতে হয়।

সারণি৩: নমুনা বিস্তৃত স্বয়ং সহসম্বন্ধ আপেক্ষক (EACF)

AR/MA	০	১	২	৩	৪	৫	৬	৭	৮	৯	১০	১১	১২	১৩
০	X	0*	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
১	X	X	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
২	X	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
৩	X	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
৪	X	0	0	0	X	0	0	0	0	0	0	0	0	0
৫	0	0	X	X	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
৬	X	0	0	X	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

টীকা: "X" ও "0" যথাক্রমে অশূন্য (non-zero) ও শূন্য (zero) পরিমাণ নির্দেশ করে। বাস্তবে অশূন্য ও শূন্যের মাত্রা নির্ণয় করা হয় বিস্তৃত স্বয়ং সহসম্বন্ধ আপেক্ষক (EACF) এর নমুনার মাধ্যমে এবং MA[1] মডেলের ক্ষেত্রে Barlett এর সূত্রানুসারী বিস্তৃত স্বয়ং সহসম্বন্ধ আপেক্ষক (EACF) এর প্রাক্কলিত আদর্শ ত্রুটি নির্ণয়ের মাধ্যমে। সারণি থেকে জানা যায় যে, 0 ত্রিভুজ আকারে অবস্থান করে যার প্রান্ত বিন্দুদ্বয় হলো 0,1 যা সিরিজের বিন্যাসকে বোঝায় এবং যা তারকাদ্বারা চিহ্নিত করা হয়েছে।

উৎস: R ব্যবহার করে গবেষকদ্বয়ের প্রাক্কলন।

পরিশেষে, বিভিন্ন ধরনের তথ্য বৈশিষ্ট্য প্রয়োগ করে আমরা যথাযথ ARIMA মডেল খোঁজার চেষ্টা করেছি। সারণি ৪-এ বিভিন্ন ধরনের ARIMA মডেলের উপর প্রযুক্ত ভিন্ন ভিন্ন তথ্য বৈশিষ্ট্যের ফলাফল দেখানো হয়েছে। ফলাফল থেকে দেখা যায় যে, AIC, BIC ও AICC, ARIMA (0,2,1) দ্বারা সংকুচিত (minimized) হয়। তাই বাংলাদেশের মাথাপিছু জিডিপির লগ পূর্বাভাসে এই মডেলটিই ব্যবহার করা হয়েছে।

সারণি ৪: বিভিন্ন মডেলের তথ্য বৈশিষ্ট্য

Model	AICc	AIC	BIC
ARIMA (0,2,0)	-১৫৯.২৫	-১৫৯.৩৩	-১৫৭.৩৮
ARIMA (1,2,0)	-১৬৮.৪১	-১৬৮.৪৫	-১৬৪.৭৪
ARIMA (0,2,1)	**-১৮৭.০৯**	**-১৮৭.৩৩**	**-১৮৩.৪২**
ARIMA (0,2,2)	-১৮৪.৯৮	-১৮৫.৪৮	-১৭৯.৬২
ARIMA (1,2,1)	-১৮৪.৯২	-১৮৫.৪২	-১৭৯.৫৬
ARIMA (1,2,2)	-১৮২.৬১	-১৮৩.৪৬	-১৭৫.৬৫

টীকা: সারণিতে বিভিন্ন মডেলের ক্ষেত্রে বিভিন্ন তথ্য বৈশিষ্ট্য দেখানো হয়েছে। সারণির দ্বিতীয় কলামের নমুনা আকৃতিতে আকাইক তথ্য বৈশিষ্ট্য (Akaike information Criterion-(AICc) সংশোধন সহযোগে দেখানো হয়েছে। তৃতীয় কলামে Akaike information Criterion এবং চতুর্থ কলামে Bayseane information Criterion দেখানো হয়েছে। মোটা অক্ষর বিশিষ্ট (bold faced) সংখ্যা প্রত্যেক তথ্য বৈশিষ্ট্যের ন্যূনতম মান নির্দেশ করে। ফলাফল থেকে দেখা যায় যে, AIC, BIC ও AICC (0,2,1) মডেল দ্বারা সংকুচিত।

উৎস: R ব্যবহার করে গবেষকদ্বয়ের প্রাক্কলন।

৪.৩। মডেল প্রাক্কলন (Model Estimations)

আমরা বিভিন্ন বৈশিষ্ট্যের ভিত্তিতে ARIMA মডেলের সঠিক লগ দৈর্ঘ্য (log length) নির্ণয় করার পর ভ্রান্তিসমূহ স্বাভাবিকভাবে বণ্টন করা হয়েছে বলে ধরে নিয়ে সর্বোচ্চ সম্ভাব্য অ্যালগরিদম (Maximum Likelihood Algorithm) এর ভিত্তিতে মডেলটি ARIMA (0,2,1) নির্বাচন করেছি। সারণি ৫-এ প্রাক্কলনের ফলাফল দেখানো হয়েছে। অনুমান করা হয় যে, (t-1) পর্যায়ের (period) দৈব অভিঘাত t পর্যায়ের দৈব অভিঘাতকে প্রভাবিত করে। ফলাফল থেকে জানা যায় যে, (t-1) পর্যায়ের দৈব অভিঘাত তাৎপর্যপূর্ণ।

সারণি ৫: ARIMA (0, 2, 1) মডেলের প্রাক্কলিত সহগ

আগাম নির্দেশক (Predictor)	**সহগ**	**প্রমিত ভ্রান্তি**	t- value
MA 1	-০.৮৭	০.০৬	-১৪.৫০

টীকা: সারণিতে ARIMA (0,2,1) মডেলের প্রাক্কলিত সহগের মান দেখানো হয়েছে। অকার্যকর উপতত্ত্বটি (null hypothesis) এমন যেখানে (t-1) পর্যায়ের দৈব অভিঘাত t পর্যায়ের জিডিপিকে প্রভাবিত করে না। MA(1) সহগের সাথে সংশ্লিষ্ট t এর মান অনুযায়ী আমরা অকার্যকর উপতত্ত্বটি (null hypothesis) বাদ দিতে পারি, অর্থাৎ (t-1) পর্যায়ের দৈব অভিঘাত (random shock) t পর্যায়ের জিডিপি অনুমানের ক্ষেত্রে তাৎপর্যপূর্ণ।

আমরা মডেলের পূর্বাভাস কার্য (forecasting performance) গড় ভ্রান্তি (Mean Error), মূল গড় বর্গ ভ্রান্তি (Root Mean Square Error), গড় অনাপেক্ষিক ভ্রান্তি (Mean Absolute Error), গড় শতকরা ভ্রান্তি (Mean Percentage Error), গড় অনাপেক্ষিক শতকরা ভ্রান্তি (Mean Absolute Percentage Error), এবং গড় অনাপেক্ষিক বর্গ ভ্রান্তির (Mean Absolute Square

Error) সাহায্যে পর্যালোচনা করেছি। বিভিন্ন মডেল নির্বাচনের ক্ষেত্রে ব্যবহৃত বিভিন্ন ভ্রান্তির মান সারণি ৬-এ দেখানো হয়েছে। সার্বিক বিবেচনায় বলা যেতে পারে যে, অন্যান্য মডেলের তুলনায় ARIMA (0,2, 1) মডেলে ভ্রান্তি খুবই নগণ্য। তাই ARIMA (0,2,1) মডেলটি অন্য যেকোনো মডেলের তুলনায় ভালো কাজ করে।

সারণি ৬: বিভিন্ন ধরনের পূর্বাভাস ভ্রন্তির মান

	ME	RMSE	MAE	MPE	MAPE	MASE
ARIMA (0,2,0)	০.০০০২৮	০.০৫০৩৪	০.০৩০৯২	০.০০৪১৬	০.৫৫৬৭২	০.৯০৫৪৭
ARIMA (1,2,0)	০.০০০৪৪১	০.০৪৫০৬	০.০২৬৫৭	০.০০৬৪৫	০.৪৭৯২৬	০.৭৭৮০৩
ARIMA (0,2,1)*	০.০০৩৫৪	০.০৩৭২৪	০.০২৪৩৯	০.০৫৭০৫	০.৪৩৬১২	০.৭১৪৪১
ARIMA (0,2,2)	০.০০৩৪৪	০.০৩৭১৮	০.০২৩৯৮	০.০৫৫৩৮	০.৪২৮৮৩	০.৭০২২৮
ARIMA (1,2,1)	০.০০৩৪৮	০.০৩৭২০	০.০২৪১৬	০.০৫৬১৪	০.৪৩১৯৪	০.৭০৭৪৬
ARIMA (1,2,2)	০.০০৩৬২	০.০৩৭২০	০.০২৪৫১	০.০৫৮৩৯	০.৪৩৮০৩	০.৭১৭৭৯

টীকা: কলাম ২ থেকে ৭ যথাক্রমে গড় ভ্রান্তি (Mean Error), মূল গড় বর্গ ভ্রান্তি (Root Mean Square Error), গড় অনাপেক্ষিক ভ্রান্তি (Mean Absolute Error), গড় শতকরা ভ্রান্তি (Mean Percentage Error), গড় অনাপেক্ষিক শতকরা ভ্রান্তি (Mean Absolute Percentage Error), এবং গড় অনাপেক্ষিক বর্গ ভ্রান্তি (Mean Absolute Percentage Error) দেখানো হয়েছে। সবচেয়ে কম ভ্রান্তিযুক্ত মডেলটিই ARIMA (0,2,1) মডেল, যা তারকা দ্বারা চিহ্নিত করা হয়েছে।

৪.৪। সনাক্ত যাচাই (Diagonstic Checking)

আমরা একই চিত্রে (দেখুন চিত্র ৪) তিন ধরনের সনাক্তকরণ সামগ্রি (tools) দেখিয়েছি। যথা: আদর্শ ভেদাঙ্কের পর্যায়ক্রমিক অধিক্ষেত্র, ভেদাঙ্কের স্বয়ং সহসম্বন্ধ আপেক্ষক (ACF) নমুনা এবং Ljung-Box test পরিসংখ্যানের P-মান। চিত্র ৪ এর প্যানেল A জিডিপি সিরিজের লগের সাথে যুৎসই ARIMA (0,2,1) মডেলের প্রমিত ভেদাঙ্কের অধিক্ষেত্র নির্দেশ করে। প্রমীতকরণের মাধ্যমে অস্বাভাবিক আকৃতির ভেদাঙ্ক আরও স্পষ্টভাবে যাচাই করা যায়। সর্বোচ্চ সম্ভাব্যতা নীতি ব্যবহার করে স্থিতিমাপ (parameters) পর্যালোচনা করা হয়েছে। এখানে সিরিজের শুরুতে সম্ভাব্য বাড়তি পরিবর্তন লক্ষণীয় এবং সিরিজের মাঝে ও শেষে সংকুচিত পরিবর্তন লক্ষণীয়, যা আদর্শ স্বাভাবিক বণ্টন ব্যবস্থায় স্বাভাবিক/প্রাকৃতিক ব্যাপার নয়। আদর্শগত দিক থেকে বিগত বছরগুলোতে দৃষ্টি দেয়া দরকার এবং জানা দরকার কোন বাহ্যিক বিষয়গুলো মাথাপিছু আয়ের (জিডিপির মাধ্যমে পরিমাপকৃত) বড় ধরনের হ্রাস বা বৃদ্ধিতে ভূমিকা রেখেছে।

প্যানেল B জিডিপি সিরিজের লগের সাথে মানানসই ARIMA (0,2,1) মডেলের ভেদাঙ্কের স্বয়ং সহসম্বন্ধ আপেক্ষক (ACF) নমুনা প্রদর্শন করে। চিত্র থেকে দেখা যাচ্ছে কোনো স্বয়ং সহসম্বন্ধ আপেক্ষকই আলাদাভাবে পরিসংখ্যানগত দিক থেকে তাৎপর্যপূর্ণ নয়। তাই এই সিদ্ধান্তে উপনীত হওয়া যায় যে, চিত্রটি ভেদাঙ্কে (in the residuals) পরিসংখ্যানগত দিক থেকে গুরুত্বপূর্ণ কোনো অশূন্য স্বয়ং সহসম্বন্ধ আপেক্ষকের অস্তিত্ব নির্দেশ করে না।

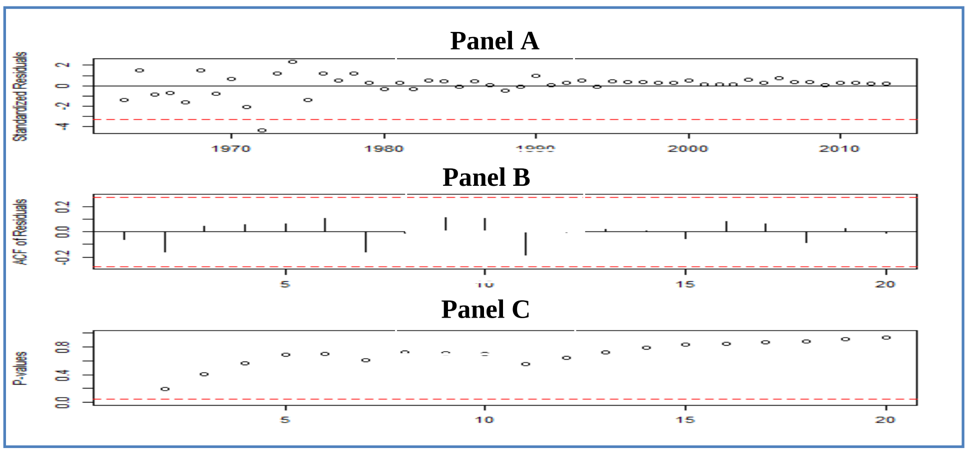
প্যানেল C Ljung-Box অভীক্ষার পরিসংখ্যানে P মান নির্দেশ করে। ৫% অনুভূমিক ছেদ রেখা P মানের আকার বিচারে সহায়তা করে। এক্ষেত্রে সবকিছুই যথাযথ মনে হয়। নির্ধারিত (estimated) ARIMA (0,2,1) মডেল জিডিপি সিরিজে লগের সাপেক্ষ গঠন খুব ভালোভাবেই অর্ন্তভুক্ত করে বলে মনে হয়। সারণি ৭-এ স্বয়ং সহসম্বন্ধ আপেক্ষকের ক্ষেত্রে Box-Pierce এবং Ljung-Box অভীক্ষার ফলাফল দেখানো হয়েছে। কোনো ক্ষেত্রেই আমরা অকার্যকর উপতত্ত্বটি বাদ দিতে পারি না, অর্থাৎ যুগ্ম (joint) উপতত্ত্ব যার অর্থ নির্দিষ্ট ল্যাগ পর্যন্ত সকল স্বয়ং সহসম্বন্ধ আপেক্ষক যুগপৎভাবে শূন্যের সমান। সুতরাং এই সিদ্ধান্তে উপনীত হওয়া যায় যে, এস্টিমেটেড মডেলের ভেদাঙ্ক (residual) হোয়াইট নয়েজ।

সারণি ৭: হোয়াইট নয়েজ অভীক্ষার ফলাফল

অভীক্ষার নাম	P মান	মন্তব্য
Ljung-Box	০.৯৬	কোনো স্বয়ং সহসম্বন্ধ নেই
Box-Pierce	০.৯৯	কোনো স্বয়ং সহসম্বন্ধ নেই

টীকা: এই সারণিটি হোয়াইট নয়েজ অভীক্ষার ফলাফল নির্দেশ করে। এক্ষেত্রে আমরা দুই ধরনের অভীক্ষা ব্যবহার করেছি। যথা: Ljung-Box অভীক্ষা এবং Box-Pierce অভীক্ষা। P মান খুব বেশি হওয়ায় কোনো অভীক্ষাতেই অস্তিত্বহীন স্বয়ং সহসম্বন্ধ আপেক্ষকের ক্ষেত্রে অকার্যকর উপতত্ত্ব বাদ দেয়া হয় না। তাই নির্ধারিত মডেলে ভেদাঙ্ক (residual) হোয়াইট নয়েজ বলে প্রতীয়মান হয়।

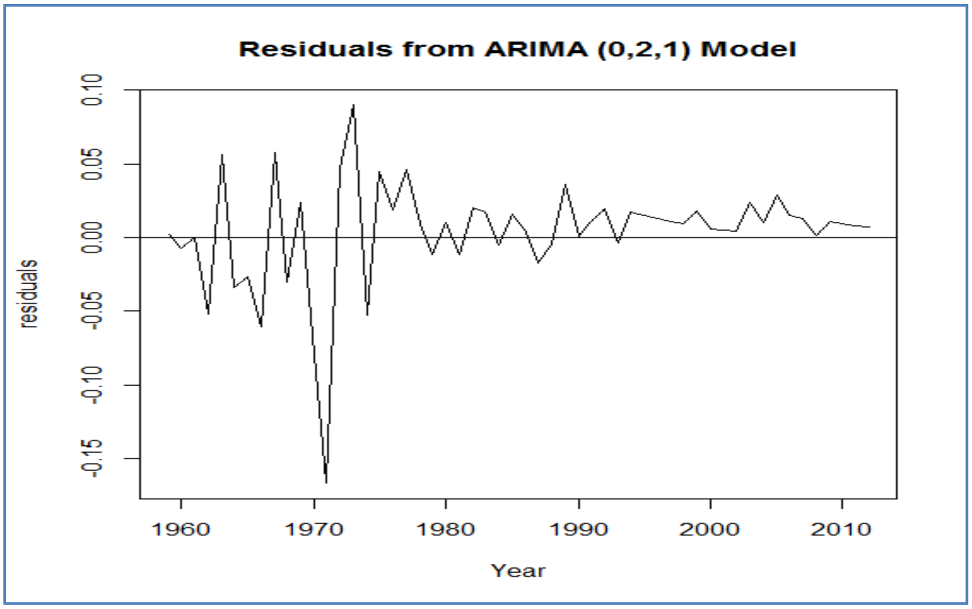
চিত্র ৪: সনাক্ত যাচাইয়ের ফলাফল



টীকা: প্যানেল A জিডিপি সিরিজে লগের সাথে সঙ্গতিপূর্ণ ARIMA (0,2,1) মডেলের আদর্শ ভেদাঙ্কের অধিক্ষেত্র নির্দেশ করে। এখানে সিরিজের শুরুতে বাড়তি পরিবর্তন এবং সিরিজের মাঝে ও শেষে সংকুচিত পরিবর্তন লক্ষণীয়, যা কোনো প্রমীত স্বাভাবিক বন্টনে স্বাভাবিক ব্যাপার নয়। প্যানেল B জিডিপি সিরিজের লগের সাথে মানানসই ARIMA (0,2,1) মডেলের ভেদাঙ্কের স্বয়ং সহসম্বন্ধ আপেক্ষক (ACF) নমুনা প্রদর্শন করে। নিশ্চিতভাবেই বলা যায় যে, চিত্রটি পরিসংখ্যানগত দিক থেকে তাৎপর্যপূর্ণ ভেদাঙ্কের অশূন্য স্বয়ং সহসম্বন্ধ আপেক্ষকের কোনো প্রমাণ দেয় না। প্যানেল C Ljung-Box অভীক্ষার পরিসংখ্যানে P মান নির্দেশ করে। এর থেকে জানা যায় যে, P-মান খুব বেশি হওয়ায় মডেলের ভেদাঙ্ক (residual) হোয়াইট নয়েজ।

ভেদাঙ্কের স্বাভাবিকতাও যাচাই করা হয়েছে। ভেদাঙ্ক হোয়াইট নয়েজ কিনা তা যাচাইয়ের প্রথম ধাপ হলো এস্টিমেটেড মডেলের ভেদাঙ্ক সনাক্ত করা। চিত্র ৫-এ জিডিপি সিরিজের লগের সাথে সঙ্গতিপূর্ণ ARIMA (0,2,1) মডেলে ভেদাঙ্কের অধিক্ষেত্র দেখানো হয়েছে। চিত্রে সিরিজের শুরুতে (১৯৮০ সাল পর্যন্ত) উল্লেখযোগ্য পরিবর্তন এবং তারপর থেকে ক্রমহ্রাসমান পরিবর্তন দেখা যায়। তাই বাহ্যিক দৃষ্টিতে ভেদাঙ্ককে স্বাভাবিক মনে হয় না।

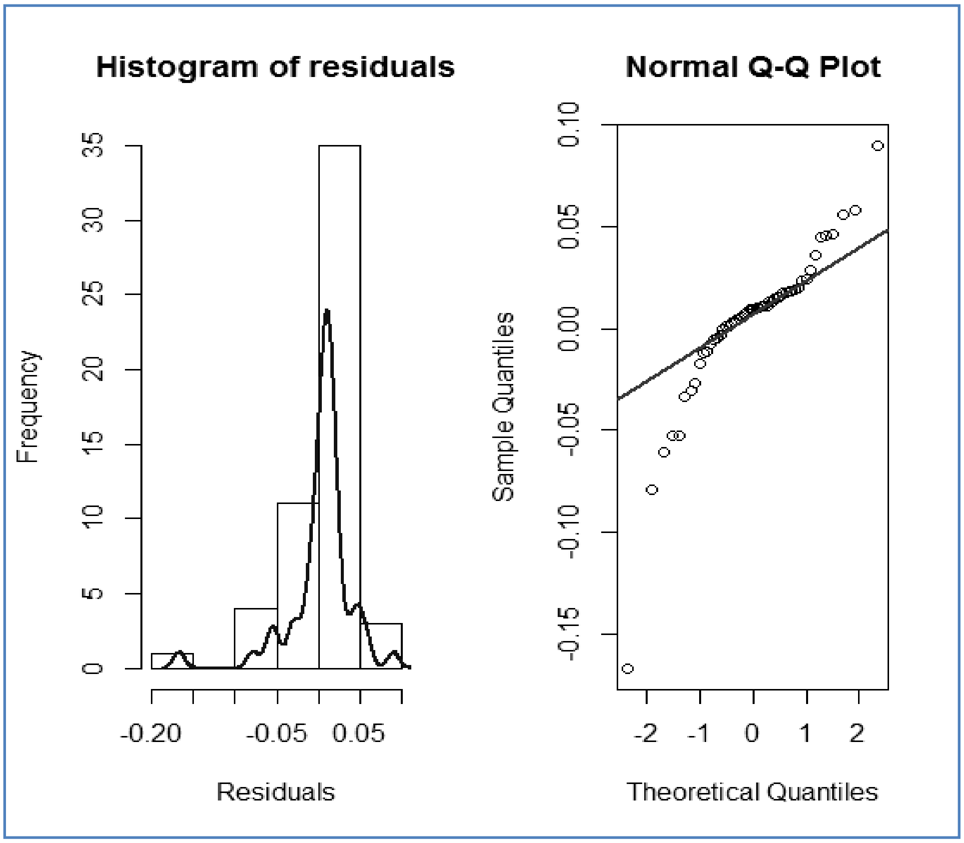
চিত্র ৫: ARIMA (0,2,1) মডেল থেকে প্রাপ্ত ভেদাঙ্কের অধিক্ষেত্র



টীকা: চিত্রে জিডিপি সিরিজের লগের সাথে মানানসই ARIMA (0,2,1) মডেলে ভেদাঙ্কের অধিক্ষেত্র দেখানো হয়েছে। চিত্রে সিরিজের শুরুতে (১৯৮০ সাল পর্যন্ত) উল্লেখযোগ্য পরিবর্তন লক্ষ করা যায় এবং এর পর থেকে ক্রমহ্রাসমান পরিবর্তন দেখা যায়। তাই বাহ্যিক দৃষ্টিতে ভেদাঙ্ককে স্বাভাবিক মনে হয় না।

এরপর আমরা ভেদাঙ্কের বারলেখ (Histogram of the residuals), Q-Q অধিক্ষেত্রে এবং স্বাভাবিকত্বের Shapiro-Wilk অভীক্ষার মাধ্যমে স্বাভাবিকত্ব যাচাই করেছি। চিত্র ৬ এর প্যানেল A ARIMA (0,2,1) মডেলের ভেদাঙ্কের বারলেখ (Histogram) নির্দেশ করে। চিত্রানুযায়ী ভেদাঙ্কের বণ্টন স্বাভাবিক নয়, বরং ডান দিকে তীর্যক (ঋণাত্মক)। চিত্র ৬-এ জিডিপি সিরিজের লগের জন্য নির্ধারিত ARIMA (0,2,1) মডেলে ভেদাঙ্কের quantile-quantile অধিক্ষেত্র দেখানো হয়েছে। বিন্দুগুলো সংলগ্নভাবে সরল রেখা অনুযায়ী হয়, যা বিশেষ করে পরম মানের অনুসারী হয় না। চিত্রলেখ অনুযায়ী মডেলের ভ্রান্তি পর্যায়ের স্বাভাবিকত্ব বাদ দেয়া যায়। অধিকন্তু ভেদাঙ্কে প্রযুক্ত Shapiro-Wilk অভীক্ষার মাধ্যমে স্বাভাবিকত্ব অভীক্ষা w=0.84 ফলাফল দেয়, যা ০.০০-এর p-মূল্যমানের সমান। তাই এই অভীক্ষার ভিত্তিতে স্বাভাবিকত্ব প্রত্যাখ্যান করা যায়। সুতরাং এই সিদ্ধান্তে উপনীত হওয়া যায় যে, নির্ধারিত ARIMA (0,2,1) মডেলের ভেদাঙ্ক স্বাভাবিক নয়।

চিত্র ৬: ভেদাঙ্কের বারলেখ ও Quantile-Quantile অধিক্ষেত্র



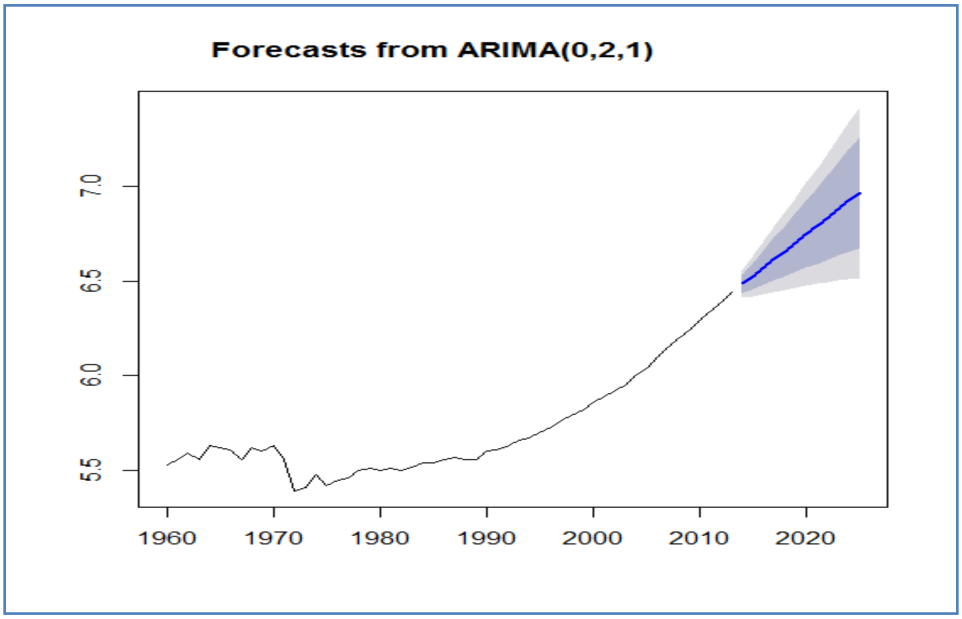
টীকা: বাম পাশের চিত্রে ARIMA (0,2,1) মডেলে ভেদাঙ্কের বারলেখ (Histogram) দেখানো হয়েছে। চিত্র থেকে দেখা যায় যে, ভেদাঙ্কের বণ্টন ডান দিকে তীর্যক (ধনাত্মক), যা স্বাভাবিক নয়। ডান পাশের চিত্রে ভেদাঙ্কের quantile-quantile অধিক্ষেত্র দেখানো হয়েছে। বিন্দুগুলোকে ঘনিষ্ঠভাবে সরলরেখার অনুগামী মনে হয় না। বিশেষ করে পরম মানের অনুগামী মনে হয় না। চিত্রলেখ অনুযায়ী মডেলের ভ্রান্তি পর্যায়ের স্বাভাবিকত্ব প্রত্যাখ্যান করা যায়। সুতরাং, দেখা যাচ্ছে যে, প্রস্তাবিত ARIMA (0,2,1) মডেল স্বাভাবিক শর্ত ছাড়া সকল শর্ত (criteria) পূরণ করে। এজন্য পূর্বাভাস নির্ণয়ে Bootstrapping ARIMA মডেল ব্যবহার করা হয়েছে। Bootstrap পদ্ধতি কোনো গুণকের অনিশ্চয়তা নির্বাচনে বিকল্প উপায়ের ব্যবস্থা করে এবং ছোট পরিসরের নমুনার ক্ষেত্রে এটি অপেক্ষাকৃত নির্ভুল পদ্ধতি হিসেবে কাজ করতে পারে (Cryer and Chan 2008)।

৪.৪। পূর্বাভাস (Forecasting)

Box-Jenkins প্রণালীর শেষ ধাপ অনুযায়ী বাংলাদেশের ১২ বছরের মাথাপিছু জিডিপির পূর্বাভাস নির্ণয় করা হয়েছে। চিত্র ৭-এ ৯৫ শতাংশ Bootstrapping আস্থা-বিরতিসহ ২০১৪ সাল থেকে বর্তমান পর্যন্ত অনুমিত মাথাপিছু জিডিপির প্রবণতা দেখানো হয়েছে। নীল রেখায় পূর্বাভাস দেখানো হয়েছে এবং গাঢ় নীল ও হালকা নীল দাগাঙ্কিত অংশে যথাক্রমে ৮০% ও ৯৫% পূর্বাভাস

বিরতি দেখানো হয়েছে। সিরিজের পূর্বাভাস ক্রমবর্ধমান প্রবণতা নির্দেশ করে, যার মানে হল পরবর্তী দশক জুড়ে মাথাপিছু জিডিপি বাড়তেই থাকবে। অর্থনীতিতে নিয়ন্ত্রিত চলকের প্রভাবজনিত কারণে জিডিপির পরিবর্তন জানতে পূর্বাভাস ও তার প্রবৃদ্ধির হার জানা অপরিহার্য। অনিয়ন্ত্রিত চলক যদি বিগত বছরগুলোর ন্যায় অপরিবর্তিত থাকে, তাহলে অদূর ভবিষ্যতে জিডিপির বিষয়গুলো নিষ্পত্তি করতে 'কলেবর ভিত্তিক পূর্বাভাস'(point based forecasts) নির্ধারণ ও তার সহগামী প্রবৃদ্ধির হার নির্ণয় করা যেতে পারে (Maity and Chatterjee 2012)। অন্য দুই ধরনের পূর্বাভাস প্রদান ও তাদের প্রবৃদ্ধির হার নির্ণয়ের ক্ষেত্রে সম-আঙ্গিকের গুণগত ব্যাখ্যা দেয়া যেতে পারে।

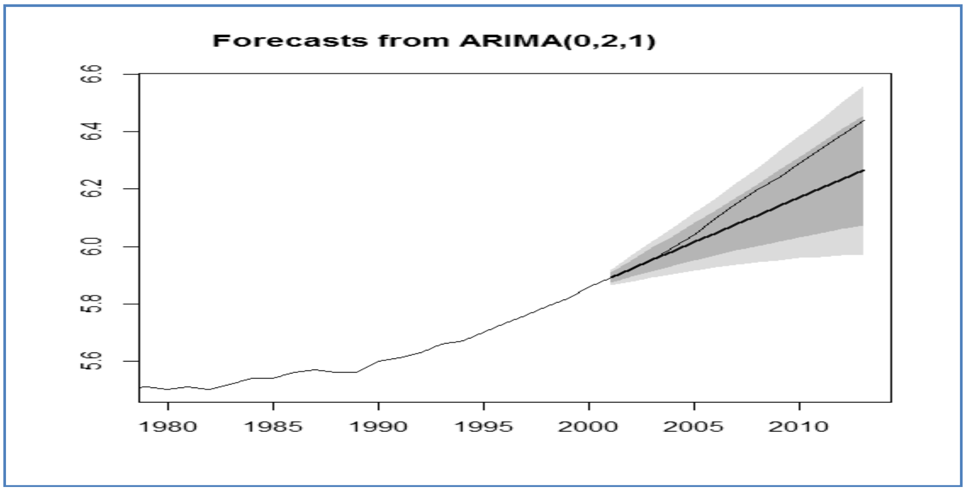
চিত্র ৭: ২০১৪-২০২৫ সময়কালে Bootstrapped আস্থা-বিরতি সহ মাথাপিছু জিডিপির পূর্বাভাস



৪.৫। পূর্বাভাস মূল্যায়ন (Forecast Evaluation)

উপাত্তের সাথে নির্বাচিত মডেলটি কতটা মানানসই তা জানতে অন্তরায় কাল ভিত্তিক (holdback perod) পূর্বাভাস সম্পন্ন করা হয়েছে। যদি নমুনার আকৃতি বৃহৎ হয়, সেক্ষেত্রে আমরা পূর্বাভাস অন্তরায়ের পর্যায় ভিত্তিক পূর্বাভাস পর্যালোচনা করতে পারি। মডেলে মোট ৫৪টি পর্যবেক্ষণ থেকে ৪১টি পর্যবেক্ষণ বিবেচনা করা হয়েছে। অত:পর আমরা বাকি ১৩টি পর্যবেক্ষণের পূর্বাভাস নির্ণয়ে সবচেয়ে মানানসই মডেলটি ব্যবহার করেছি।পরবর্তী ধাপে আমরা বাস্তব মানের সাথে অনুমিত মানের তুলনা করেছি। বাস্তব মান ও অনুমিত এবং অধিক্ষেত্রের মানের মধ্যে পার্থক্য নিরপণ করার একটি পদ্ধতি হলো রেখা থেকে শূন্য পর্যন্ত এটার মান কতটা বদলায় তা পর্যবেক্ষণ করা। রেখা সমতলকরণ শূন্যের সামান্য বিচ্যুতি উত্তম পূর্বাভাস প্রদানের ক্ষমতা নির্দেশ করে। চিত্র ৮ থেকে দেখা যায় যে, ARIMA (0,2,1) মডেল উপাত্তের সাথে ভালোভাবেই মানানসই।

চিত্র ৮: অন্তরায় পর্যায় ভিত্তিক পূর্বাভাস



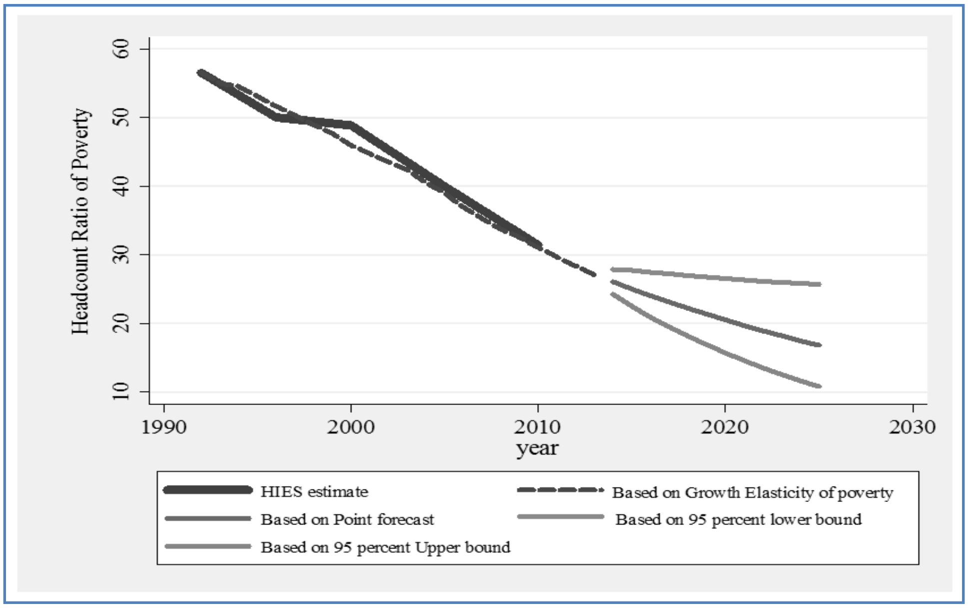
টীকা: কালো দাগাঙ্কিত রেখা আসল প্রবৃদ্ধির হার নির্দেশ করে এবং নীল দাগাঙ্কিত রেখা প্রবৃদ্ধির অনুমিত হার নির্দেশ করে। চিত্র থেকে দেখা যায় যে, অনুমিত সংখ্যাগুলো আস্থা বলয়ের (confidence belt) আওতায় পড়ে। সুতরাং এর থেকে বোঝা যায় যে, ব্যবহৃত মডেলটি উপাত্তের সাথে ভালোভাবেই মানানসই।

৫। দারিদ্র্যের পূর্বাভাস নির্ধারণ (An Application: Forecasting Poverty)

আয় প্রবৃদ্ধির ও দারিদ্র্যের মধ্যে যদি প্রায়োগিক সম্পর্ক স্থাপন করা হয়, তাহলে আমরা দারিদ্র্যের সম্ভাব্য ভবিষ্যৎ প্রবণতা জানতে জিডিপি প্রবৃদ্ধির পূর্বাভাস ব্যবহার করতে পারি। দারিদ্র্যের ভবিষ্যৎ গতিপ্রকৃতি অনুধাবন করতে আমরা দারিদ্র্য হ্রাসের (Ravallion 1995) প্রবৃদ্ধি স্থিতিস্থাপকতা ব্যবহার করেছি। উন্নয়নশীল দেশসমূহ এবং বাংলাদেশের ক্ষেত্রে প্রকাশিত প্রবৃদ্ধি স্থিতিস্থাপকতা সংক্রান্ত তথ্য-উপাত্ত রয়েছে (Fosu 2011, Sautter & Schinke 1995, World Bank 2008)। যেহেতু বাংলাদেশের বেশির ভাগ প্রাক্কলন সেকেলে, সেহেতু এটা খুব একটা কাজে আসবে না; কেননা দারিদ্র্য হ্রাসের প্রবৃদ্ধি স্থিতিস্থাপকতা সময়ের সাথে পরিবর্তনশীল। তাই খানা আয় ও ব্যয় জরিপ (HIES) উপাত্ত ব্যবহার করে স্থূল স্থিতিস্থাপকতা নির্ণয়ের চেষ্টা করা হয়েছে। এক্ষেত্রে ৫ দফা খানা আয় ও ব্যয় জরিপের উপাত্ত ব্যবহার করা হয়েছে, যথা: ১৯৯১/৯২, ১৯৯৫/৯৬, ২০০০, ২০০৫ ও ২০১০ সালের উপাত্ত। এখানে ১৯৯২-২০১০ সালের দারিদ্র্যের প্রবৃদ্ধি স্থিতিস্থাপকতার ভিত্তিতে দারিদ্র্যের পূর্বাভাস প্রদান করা হয়েছে। ১৯৯২ সাল থেক ২০১০ সময়কালে দারিদ্র্যের হার ৩.২৫ শতাংশ হ্রাস পেয়ে ৫৬.৬ শতাংশ থেকে ৩১.৫ শতাংশ হয়েছে--বার্ষিক ৩.২৫ শতাংশ হারে কমেছে। এ সময় মাথাপিছু জিডিপি বার্ষিক ৩.৬৪ শতাংশ বৃদ্ধি পায়, যা ০.৮৯ হারে স্থিতিস্থাপকতা নির্দেশ করে। চিত্র ৯-এ দারিদ্র্য প্রবৃদ্ধি স্থিতিস্থাপকতার ভিত্তিতে দারিদ্র্যের প্রাক্কলন দেখানো হয়েছে। চিত্র থেকে দেখা যায় যে, এতে দারিদ্র্যের যে প্রাক্কলন করা হয়েছে, প্রকৃত খানা আয় ও ব্যয় জরিপে প্রাক্কলিত দারিদ্র্যের সাথে তার মিল রয়েছে। চিত্রে দারিদ্র্যের ৯৫ শতাংশ উর্ধ্বসীমা ও নিম্নসীমাসহ মাথাপিছু জিডিপি প্রাক্কলনের

ভিত্তিতে দারিদ্র্যের পূর্বাভাস দেখানো হয়েছে। মাথাপিছু জিডিপির পূর্বাভাস থেকে জানা যায় যে, ২০২৫ সাল নাগাদ দারিদ্র্যের হার কমে প্রায় ১৭ শতাংশে দাঁড়াবে।

চিত্র ৯: প্রবৃদ্ধি ভিত্তিক দারিদ্র্যের পূর্বাভাস



৬। উপসংহার

এ প্রবন্ধে ১৯৫৯-২০১০ সময়কালের টাইম সিরিজ উপাত্ত ব্যবহার করে পিপিপি রূপান্তরিত মাছাপিছু জিডিপি এবং পরবর্তী দশকে বাংলাদেশে জিডিপির প্রবৃদ্ধির হার নির্ণয় করতে ARIMA মডেল নির্বাচন করা হয়েছে। মাথাপিছু জিডিপি সিরিজের পূর্বাভাস জিডিপির উর্ধ্বগামী প্রবণতা নির্দেশ করে, আর জিডিপি প্রবৃদ্ধির পূর্বাভাস থেকে জানা যায় যে, পরবর্তী দশক জুড়ে প্রবৃদ্ধি হবে ৫ শতাংশের কাছাকাছি (বর্তমান সময়ের প্রবৃদ্ধির তুলনায় বেশ ভালো)। নীতি নির্ধারকবৃন্দ ও ব্যবসা পরিচালনকারীদের ক্ষেত্রে এ গবেষণা তথ্যের বিশেষ গুরুত্ব রয়েছে। সামষ্টিক অর্থনৈতিক চলক নিয়ে কাজ করেন এমন নীতি নির্ধারকদের জন্য উত্তম নীতি প্রণয়নে এ গবেষণার ফলাফল সহায়ক হতে পারে। যেসব ব্যবসা পরিচালনাকারী ব্যক্তিবর্গ বিদ্যমান ব্যবসার প্রসার ঘটাতে বিনিয়োগ করতে চান, অথবা নতুন ব্যবসা চালু করতে চান, তারাও এ গবেষণা কর্মের ফলাফল থেকে উপকৃত হবে; কেননা তারা গবেষণা ফলাফল থেকে অর্থনীতির গতি-প্রকৃতি সম্বন্ধে আগাম ধারণা লাভ করবেন। এছাড়া যেসব ক্ষেত্রে অর্থনীতির পূর্বাভাস প্রয়োজন, সেসব ক্ষেত্রে এ গবেষণার উপযোগিতা রয়েছে। যাহোক এক্ষেত্রে সঠিক উপাত্ত সংগ্রহ পদ্ধতি নির্বাচন করতে (পরিসংখ্যানগত অর্থে) বেশ কয়েকটি পন্থা অবলম্বন করা প্রয়োজন এবং সে অনুযায়ী কাজ করতে হবে। এক্ষেত্রে সনাক্ত যাচাই খুবই গুরুত্বপূর্ণ।

এ গবেষণার বেশ কিছু সীমাবদ্ধতা রয়েছে। প্রথমত, সঠিক ARIMA মডেল নির্বাচন করার বিষয়টি ব্যক্তিনিষ্ঠ। তাই নির্বাচিত মডেলের কার্যকারিতা অনেকাংশেই সংশ্লিষ্ট ব্যক্তির (পূর্বাভাস প্রদানকারী ব্যক্তি) অভিজ্ঞতা ও দক্ষতার উপর নির্ভর করে (Meyler *et al.* 1998)। দ্বিতীয়ত, ARIMA মডেলে পরিসংখ্যান মডেলের প্রচলিত ত্রুটিগুলোও বিদ্যমান, যেমনঃ মডেলের সরল অর্থনৈতিক ব্যাখ্যার অনুপস্থিতি (উদাহরণস্বরূপ, নির্বাচিত p এবং q এর ক্ষেত্রে অর্থনৈতিক যুক্তি) এবং এর পূর্বাভাস সংক্রান্ত সীমাবদ্ধতা (Frain 1995)। তাছাড়া দীর্ঘমেয়াদে ARIMA মডেলের চেয়ে সুনির্দিষ্ট বহুচলকীয় মডেল ভালো কাজ করে।

এসব সীমাবদ্ধতা সত্ত্বেও ARIMA মডেল বিশেষ করে স্বল্পমেয়াদি পূর্বাভাস নির্ণয়ে অত্যন্ত কার্যকর হিসেবে প্রমাণিত হয়েছে এবং স্বল্পমেয়াদি পূর্বাভাস নির্ণয়ের সক্ষমতার দিক দিয়ে এ মডেল অন্যান্য অত্যাধুনিক কাঠামোগত মডেলের চেয়ে ভালো ফলাফল প্রদান করে (Stockton and Glassman 1987, Litterman 1986)। সুতরাং জিডিপির পূর্বাভাস নির্ণয়ে এ গবেষণায় ব্যবহৃত ARIMA কৌশল অন্যান্য পূর্বাভাস কৌশল মূল্যায়নে শুধু একটি বেঞ্চমার্ক হিসেবেই কাজ করে না, পূর্বাভাস নির্ণয়ের একটি উপায়েরও ব্যবস্থা করে।

গ্রন্থপঞ্জি

Anam, S. and M.M. Hossain (2012): “Time Series Modelling of the Contribution of Agriculture to GDP of Bangladesh,” *European Journal of Business and Management, Volume 4, No.5, 2012.*

Beguin, J. (1980): “Identification of a Mixed Autoregressive-moving Average Process: The Corner Method,” *Time Series : proceedings of the international conference held at Nottingham University, March*.

Bhuiyan, M.N.A, K.S. Ahmad and R. Jahan (2008): “Study on Modeling and Forecasting of the GDP of Manufacturing Industries in Bangladesh,” *Chiang Mai University Journal of Social Science and Humanities*, Volume 2(2).

Box, G.E.P., G.M. Jenkins and G.C. Reinsel (1994): *Time Series Analysis: Forecasting and Control*, Englewood Cliffs, NJ: Prentice Hall.

Box, G. E. P. and G. M. Jenkins (1976): *Time Series Analysis, Forecasting and Control.* San Francisco: Holden-Day.

Chan, W. S. (1999): “A Comparison of Some Pattern Identification Methods for Order Determination of Mixed ARMA Models,” *Statistics and Probability Letters*, 42, 69–79.

Cogley, T. and T.J. Sargent (2001): “Evolving Post World War II U.S. Inflation Dynamics,” *NBER Macroeconomics Annual*, 16, 331-373.

Cryer, J.D. & K.S. Chan (2008): *Time Series Analysis with Application in R*, Second edition, *Springer text in Statistics*, Springer.

Enders, W. (2004): *Applied Econometric Time Series*, New York: John Wiley and Sons.

Frain, J. (1995): "Econometrics and Truth,"*Central Bank of Ireland Technical Paper 2/RT/95.*

Fosu, A.K. (2011): "Growth, Inequality, and Poverty Reduction in Developing Countries: Recent Global Evidence," Working Paper no: 2011/01, World Institute for Development Economics Research, United Nations University.

Gujarati, D. (2004): *Basic Econometrics*, 4^{th} edition, McGraw Hill, Newyork.

Harvey, A.C. and P.H.J. Todd (1983): "Forecasting Economic Time Series with Structural and Box-Jenkins Models: A Case Study," *Journal of Business and Economic Statistics*, Vol. 1, No.4, pp.299-307.

Hoff, J.C. (1983): *A Practical Guide to Box-Jenkins Forecasting*, London: Lifetime Learning Publications.

Hossain, M.Z., Q.A. Samad and M.Z. Ali (2006): "ARIMA Model and Forecasting with Three Types of Pulse Prices in Bangladesh: A Case Study," *International Journal of Social Economics*, Vol. 33, No. 4, pp. 344-353.

Hurvich, C. M. and C. L. Tsai (1989): "Regression and Time Series Model Selection in Small Samples," *Biometrika*, 76, 2, pp. 297–307.

Litterman, R. (1986): "Forecasting with Bayesian Vector Autoregressions - Five Years of Experience,"*Journal of Business and Economic Statistics*, January, No. 1, Vol. 4, pp. 25-38.

Kuan,C. M. & H. White (1994): "Artificial Neural Networks: An Econometric Perspective," *Econometric Reviews*, Vol.13, pp.1-91.

Kwiatkowski, D., P. C. B. Phillips, P. Schmidt and Y. Shin (1992): "Testing the Null Hypothesis of Stationarity Against the Alternative of a Unit Root," *Journal of Econometrics*, 54 (1–3): 159–178

Maaoumi, E., Khontanzad & Abaye. (1994): "Artificial Neural Networks for Some Macroeconomic Series: A First Report," *Econometric Reviews*, Vol 13, pp.105-122.

Marcellino, M. (2007): "A Comparison of Time Series Models for Forecasting GDP Growth and Inflation," IEP-Universita Bocconi, IGIER and CEPR.

Marcellino, M., J.H. Stock and M.W. Watson (2003): "Macroeconomic Forecasting in the Euro Area: Country Specific Versus Euro Wide Information," *European Economic Review*, 47, 1-18.

Maity,B. & B. Chatterjee (2012): “Forecasting GDP Growth Rates of India: An Empirical Study,”*International Journal of Economics and Management Sciences*, Volume 1, No.9, pp. 52-58.

Meese, R. and J. Geweke (1984): “A Comparison of Autoregressive Uni-variate Forecasting Procedures for Macroeconomic Time Series,” *Journal of Business and Economic Statistics*, 2, 191-200.

Meyler, A., Geoff Kenny and T. Quinn (1988): “Forecasting Irish Inflation using ARIMA Model,”MPRA Paper No. 11359.

Ning, W., B. Kuan-jiang and Y. Zhi-fa (2010): “Analysis and Forecast of Shaanxi GDP based on the ARIMA Model,” *Asian Agricultural Research, Vol. 2, No. 1, pp. 34-41.*

Paul, J.C. (1998): “Modeling and Forecasting the Energy Consumption in Bangladesh,” PhD. Thesis, Department of Mathematics, University of North Bengal, West Bengal, India.

Phillips, P. C. B. and P. Perron (1988): “Testing for a Unit Root in Time Series Regression,”*Biometrika*,75 (2): pp: 335–346.

Ravallion, M. (1995): “Growth and Poverty: Evidence for Developing Countries in the 1980s,” *Economic Letters*, Vol. 48, pp. 411 – 417.

Sautter, H. and R. Schinke (1996): “The Social Dimension of the Latin American Reform Process,” In: Sautter, H. and Schinke, R. (eds.): *Stabilization and Reforms in Latin America: Where do We Stand?*.Goettinger Studienzur Entwicklungsökonomik 3, Frankfurt, Madrid, pp. 207 - 241.

Shigehara (1994): “Macroeconomic Analysis in the Economics Department,” OECD.

Sims, C.A. (2001): “Comment on Sargent and Cogley’s ‘Evolving Post World War U.S. Inflation Dynamics,” *NBER Macroeconomics Annual*, 16, pp: 373-379.

Stockton, D. and J. Glassman. (1987): “An Evaluation of the Forecast Performance of Alternative Models of Inflation,” *Review of Economics and Statistics*, Vol. 69, No. 1, February, pp. 108-117.

Tkacz, G. (2001): “Neural Network Forecasting of Canadian GDP Growth,”*International Journal of Forecasting*, Volume 17, pp. 57-69.

Tsay, R. and G. Tiao (1985): “Use of Canonical Analysis in Time Series Model Identification,”*Biometrika*, 72, 299–315.

Tsay, R. S. and G. Tiao (1984): “Consistent Estimates of Autoregressive Parameters and Extended Sample Autocorrelation Function for Stationary and Non-stationary ARMA Models.” *Journal of the American Statistical Association*, 79, 385, 84–96.

Yang, Lu. (2009): “Modeling and a Forecasting China’s GDP Data with Time Series Model,” Thesis unpublished.

World Bank (2008): “Poverty Assessment for Bangladesh: Creating Opportunities and Bridging the East-West Divide,” *Bangladesh Development Series*, Paper No. 26, Poverty Reduction, Economic Management, Finance & Private Sector Development Sector Unit, South Asia Region, The World Bank Office, Dhaka.